



Einführung in die Programmierung

Prof. Dr. Bertrand Meyer

Lecture 13: (Container-)Datenstrukturen



Container und Generizität

Container-Operationen

Die Performance eines Algorithmus beurteilen: Die Landau-Symbole (Big-O-Notation)

Wichtige Datenstrukturen:

- Listen
- Arrays
- Hashtabellen
- Stapelspeicher (*Stacks*, fortan Stapel)
- Warteschlangen (*Queues*)



Beinhalten andere Objekte (Elemente, engl. “*items*”)

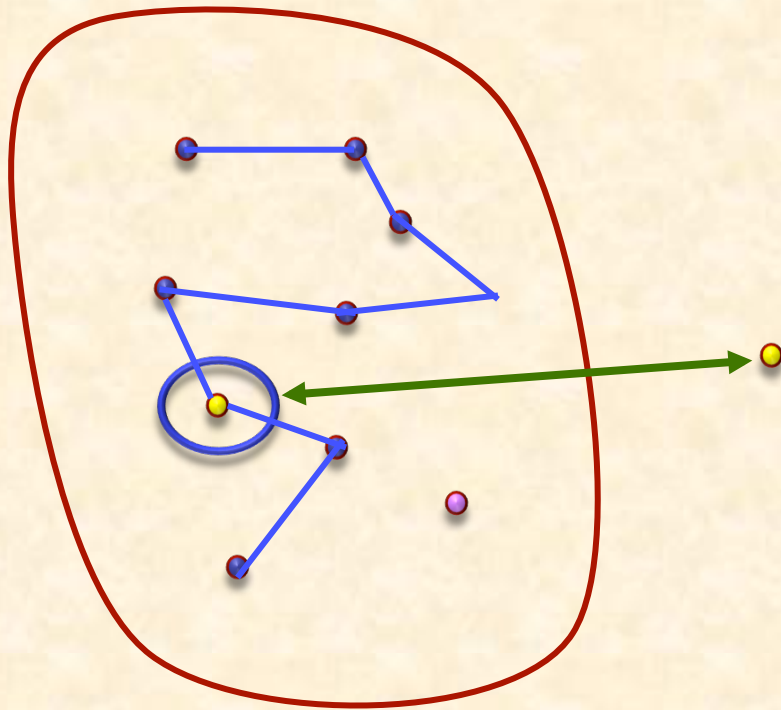
Fundamentale Operationen (siehe nächste Folie):

- **Einfügen**: Ein Element hinzufügen
- **Löschen**: Ein Vorkommen eines Elements (falls vorhanden) löschen
- **Ausradieren (Wipeout)**: Alle Vorkommen eines Elements löschen
- **Suchen**: Ist ein bestimmtes Element vorhanden?
- **Traversierung/Iteration**: Eine gegebene Operation auf jedes Element anwenden

Die Implementation eines Containers bestimmt:

- Welche dieser Operationen verfügbar sind
- Ihre Geschwindigkeiten
- Die Speicheranforderungen

Diese Lektion ist nur eine Einführung. Mehr dazu im zweiten Semester in der Vorlesung “Datenstrukturen und Algorithmen”



- **Einfügen:** Ein Element hinzufügen
- **Löschen:** Ein Vorkommen eines Elements (falls vorhanden) löschen
- **Ausradieren (Wipeout):** Alle Elemente löschen
- **Suchen:** Ist ein bestimmtes Element vorhanden?
- **Traversierung/Iteration:** Eine gegebene Operation auf jedes Element anwenden



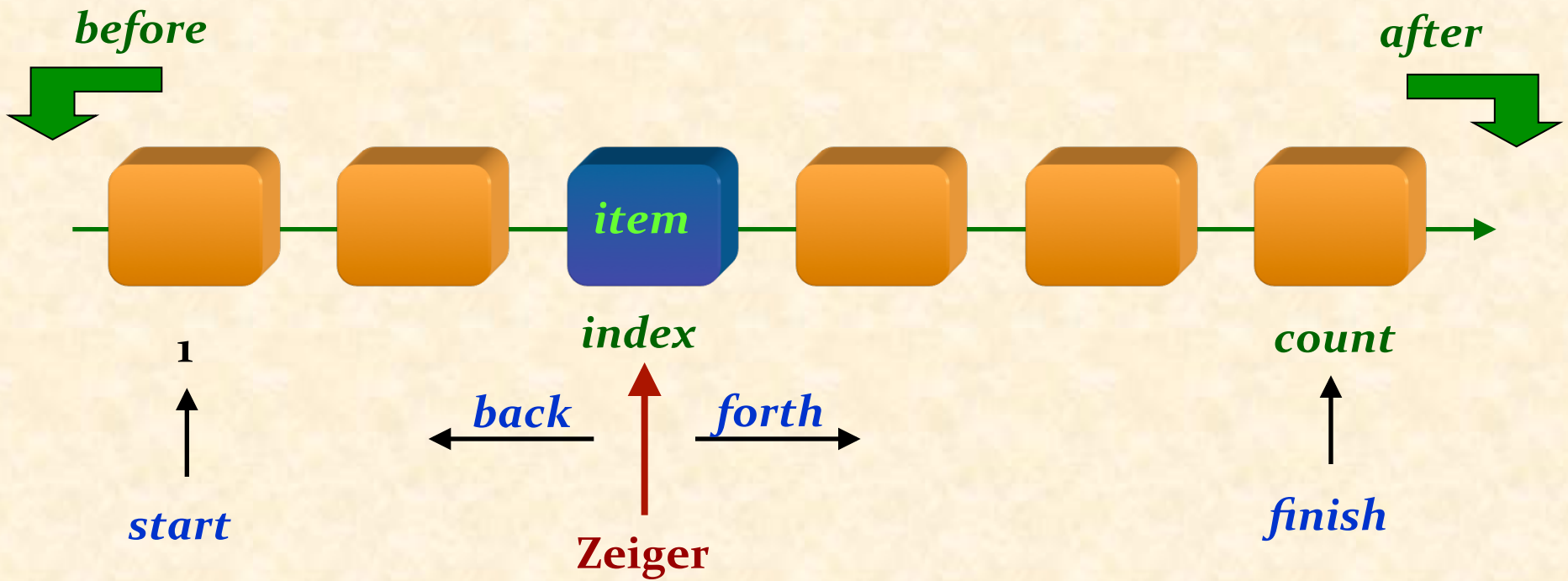
Fundamentale Operationen:

- **Einfügen**: Ein Element hinzufügen
- **Löschen**: Ein Vorkommen eines Elements (falls vorhanden) löschen
- **Ausradieren (Wipeout)**: Alle Vorkommen eines Elements löschen
- **Suchen**: Ist ein bestimmtes Element vorhanden?
- **Traversierung/Iteration**: Eine gegebene Operation auf jedes Element anwenden

Die Implementation eines Containers bestimmt:

- Welche dieser Operationen verfügbar sind
- Ihre Geschwindigkeiten
- Die Speicheranforderungen

Ein bekannter Container: Die Liste



Um die Iteration und andere Operationen zu vereinfachen haben unsere Listen **Zeiger** (intern oder extern)

Abfragen
Befehle

Ein standardisiertes Namensschema

Containerklassen in EiffelBase benutzen standardisierte Namen für grundlegende Containeroperationen:

```
is_empty : BOOLEAN  
has (v : G) : BOOLEAN  
count : INTEGER  
item : G
```

```
make  
put (v : G)  
remove (v : G)  
wipe_out  
start, finish  
forth, back
```

Stilregel: wenn angebracht, benutzen auch Sie diese Namen in Ihren eigenen Klassen



Beim Entwurf von Containerstrukturen sollte man festgelegte Grenzen vermeiden!

“Eng mich nicht ein!": EiffelBase mag harte Grenzen nicht

- Die meisten Strukturen sind unbegrenzt
- Auch die Grösse von Arrays (zu jeder Zeit begrenzt) kann verändert werden

Wenn eine Struktur begrenzt ist, nennt man die maximale Anzahl Elemente *capacity*, und die Invariante lautet

count \leq *capacity*



Wie behandeln wir Varianten von Containerklassen, die sich nur in ihrem Elementtyp unterscheiden?

Lösung: **Generizität** ermöglicht explizite Typ-Parametrisierung, konsistent mit statischer Typisierung.

Containerstrukturen sind als generische Klassen implementiert:

LINKED_LIST [G]

pl : LINKED_LIST [PERSON]

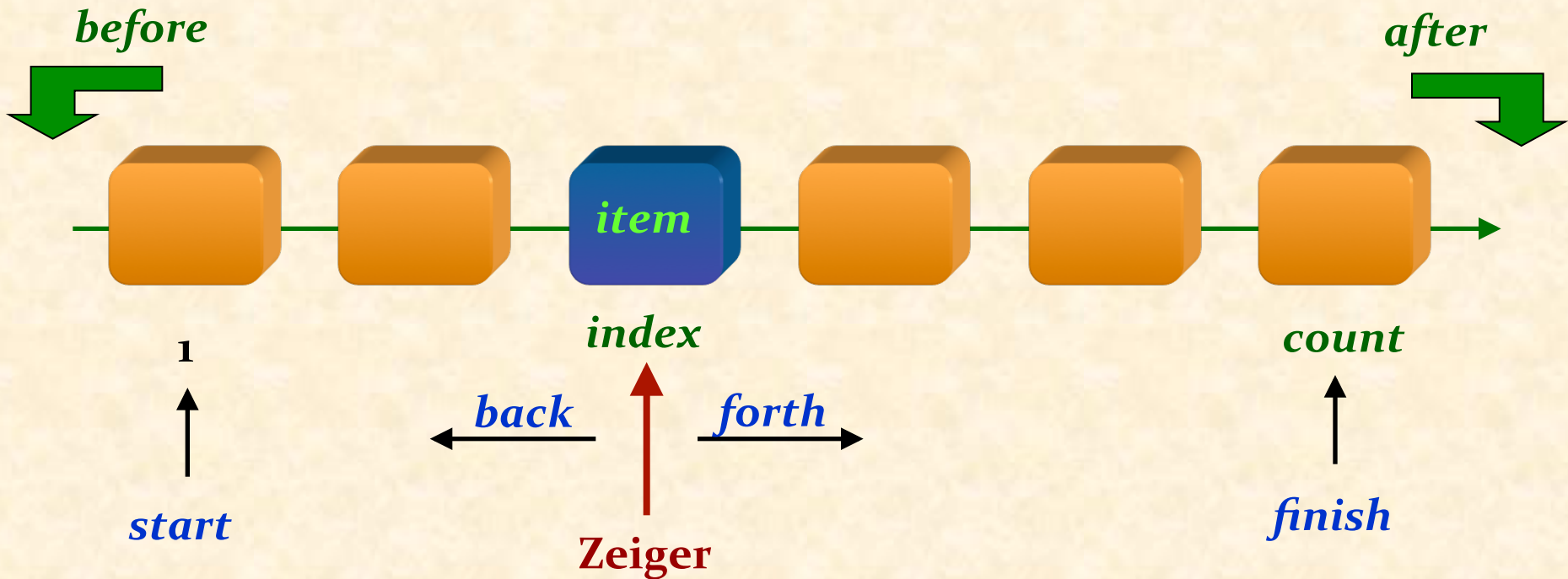
sl : LINKED_LIST [STRING]

al : LINKED_LIST [ANY]



Eine Liste ist ein Container, der Elemente in einer bestimmten Ordnung beinhaltet

Listen in EiffelBase haben interne und externe Zeiger (*cursors*)



Zeiger-Eigenschaften (Alle in der Klasseninvariante)

Der Zeiger reicht von 0 bis $count + 1$:

$$0 \leq index \leq count + 1$$

Der Zeiger ist auf Position 0 gdw *before* wahr ist:

$$before = (index = 0)$$

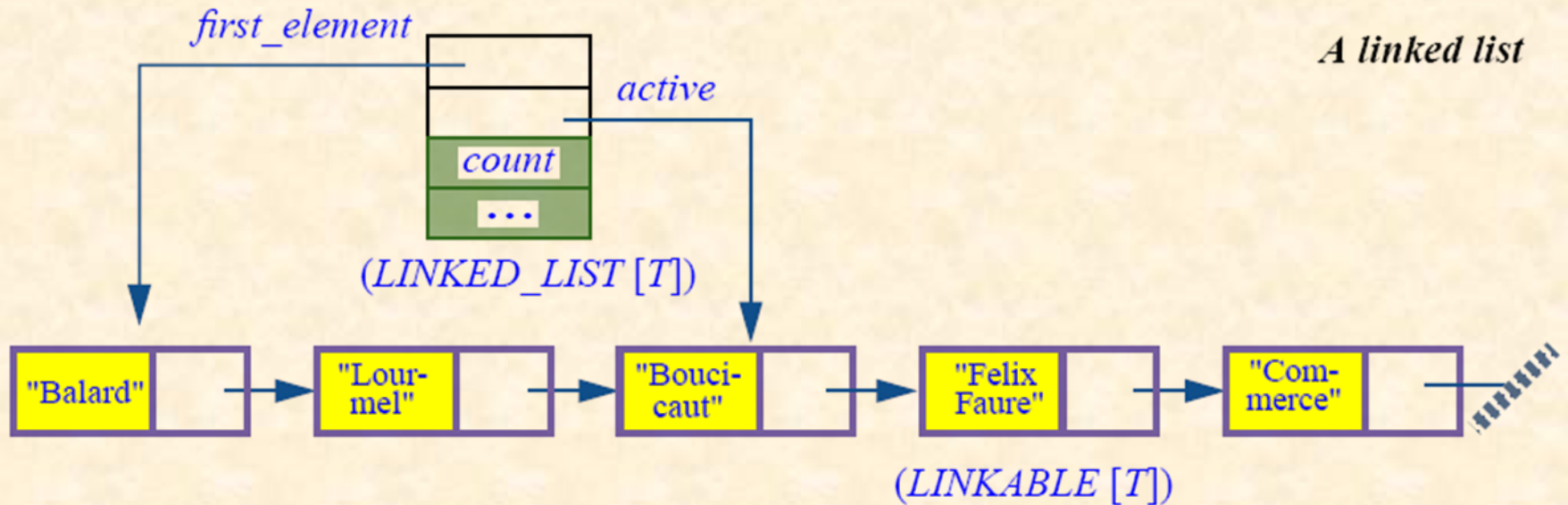
Der Zeiger ist auf Position $count + 1$ gdw *after* wahr ist:

$$after = (index = count + 1)$$

In einer **leeren Liste** ist der Zeiger auf Position 0 oder 1 :

$$is_empty \text{ implies } ((index = 0) \text{ or } (index = 1))$$

Eine spezifische Implementation: (einfach) verkettete Liste

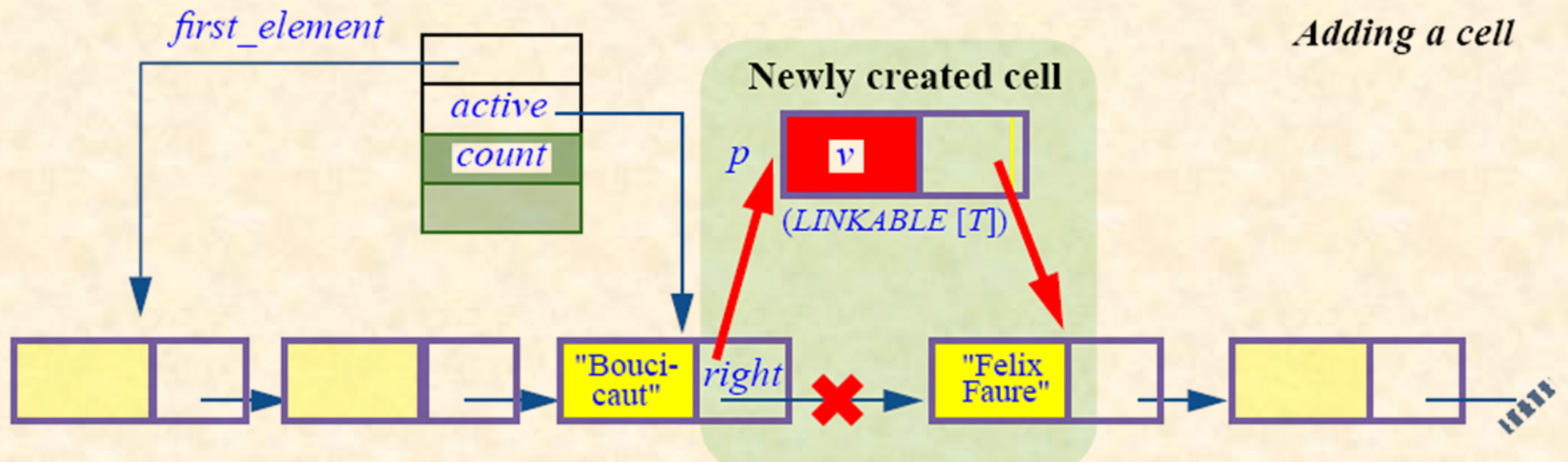




Vergessen Sie auf keinen Fall die Grenzfälle, wenn Sie eine Container-Datenstruktur und die zugehörige Klasse definieren:

- Leere Struktur
- Volle Struktur (bei endlicher Kapazität)

Eine Zelle hinzufügen



Der dazugehörige Befehl (in *LINKED_LIST*)

put_right (*v* : *G*)

-- *v* rechts der Cursorposition einfügen, Cursor nicht bewegen.

require

not_after: **not** *after*

local

p : *LINKABLE* [*G*]

do

create *p.make* (*v*)

if *before* **then**

p.put_right (*first_element*)

first_element := *p*

active := *p*

else

p.put_right (*active.right*)

active.put_right (*p*)

end

count := *count* + 1

ensure

-- Siehe auch Klauseln, von *LIST* geerbt

next_exists: *next* /= **Void**

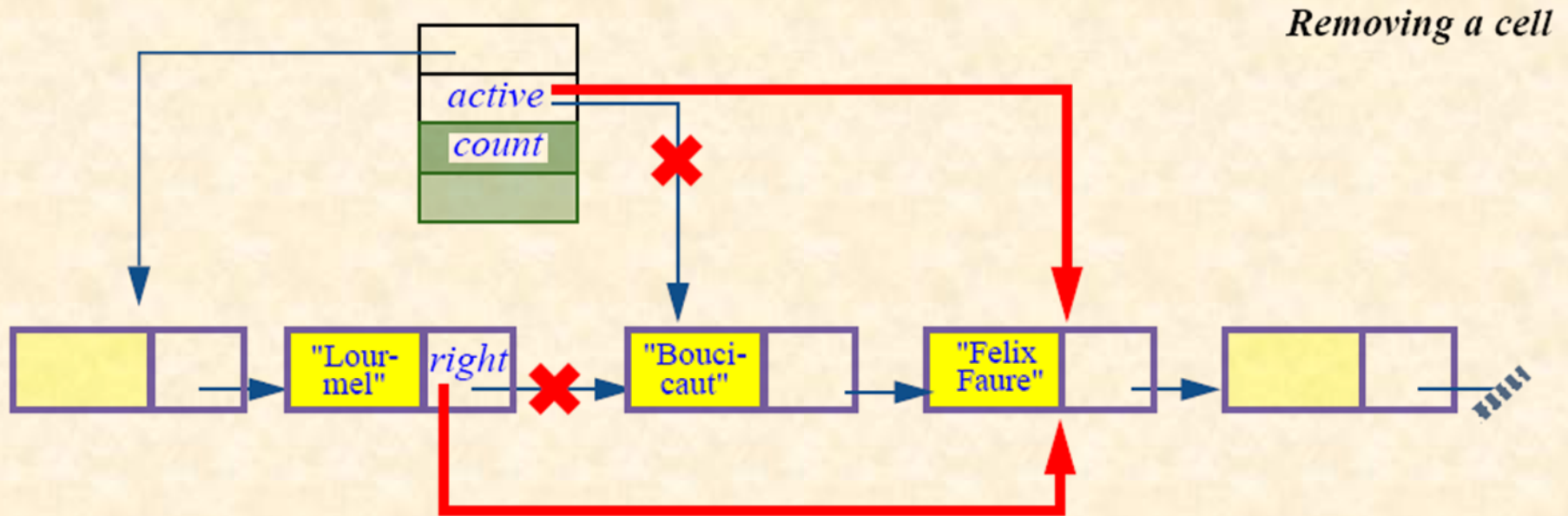
inserted: (**not old** *before*) **implies** *active.right.item* = *v*

inserted_before: (**old** *before*) **implies** *active.item* = *v*

end



Eine Zelle löschen

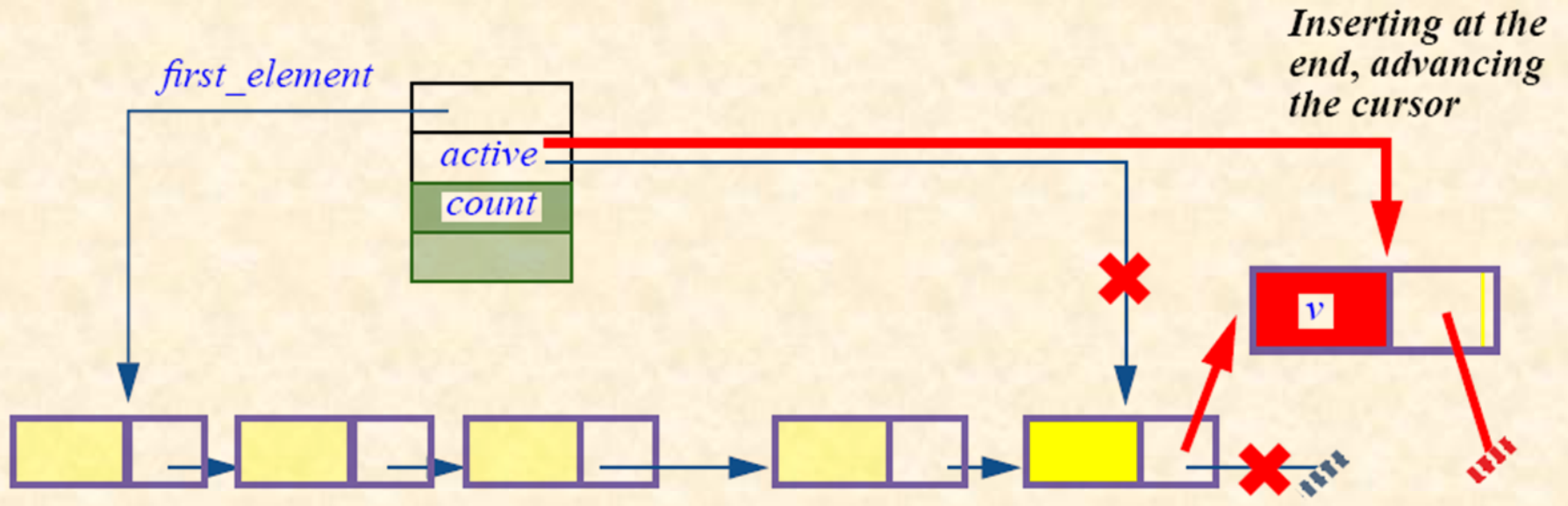


Der zugehörige Befehl



Entwerfen Sie *remove* als Übung!

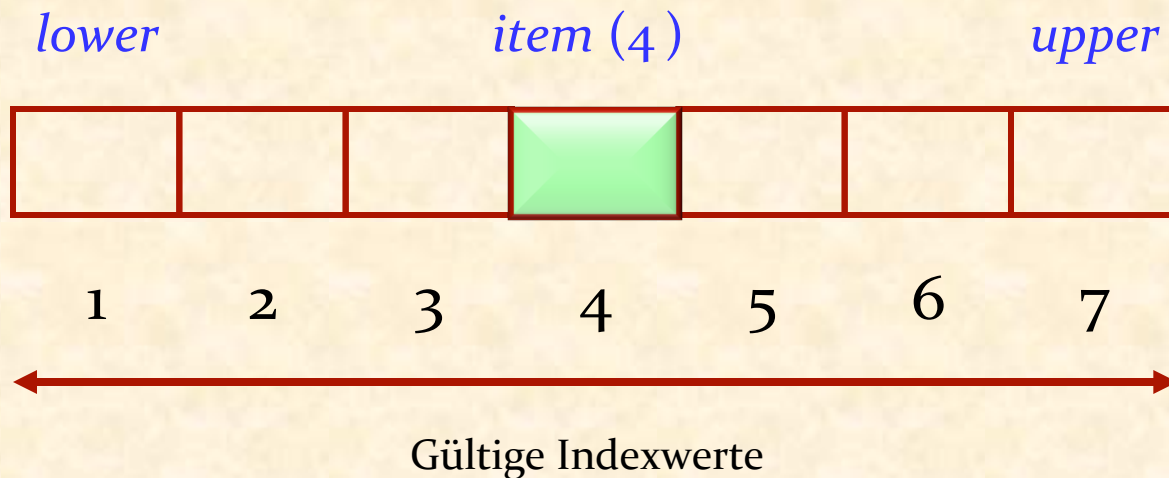
Am Ende einfügen: *extend*



Arrays



Ein Array ist ein Container-Speicher, der Elemente in zusammenhängende Speicherstellen speichert, wobei jede solche durch einen Integer-Index identifiziert wird.





Arrays haben Grenzen:

lower : INTEGER

-- Minimaler Index.

upper : INTEGER

-- Maximaler Index.

Die Kapazität eines Arrays ist durch die Grenzen bestimmt:

$$\textit{capacity} = \textit{upper} - \textit{lower} + 1$$

Auf Elemente eines Arrays zugreifen und diese verändern

item (*i*: *INTEGER*) : *G*

-- Eintrag an Stelle *i*, sofern im Index-Intervall.

require

valid_key: *valid_index* (*i*)

put (*v*: *G*; *i*: *INTEGER*)

-- Ersetze *i*-ten Eintrag, sofern im Index-Intervall,
-- durch *v*.

require

valid_key: *valid_index* (*i*)

ensure

inserted: *item* (*i*) = *v*

i >= lower and *i* <= upper

Bemerkung zu Eiffel: Vereinfachung der Notation

Das Feature *item* ist wie folgt deklariert:

```
item (i: INTEGER) alias "[]" :G assign put
```

Dies ermöglicht folgende synonyme Notationen:

$a [i]$	für	$a.item (i)$
$a.item (i) := x$	für	$a.put (x, i)$
$a [i] := x$	für	$a.put (x, i)$

Diese Vereinfachungen sind für alle Klassen möglich

Eine Klasse darf maximal ein Feature mit Alias “[]” haben

Die Grösse eines Arrays ändern



Arrays haben immer eine fixe obere und untere Grenze, und deshalb auch eine fixe Kapazität

Eiffel erlaubt - anders als die meisten Programmiersprachen - das Verändern der Grösse eines Arrays (*resize*)

Das Feature *force* verändert die Grösse eines Arrays: im Unterschied zu *put* hat es keine Vorbedingung

Das Verändern der Grösse bedingt meistens eine Neu—Allokation des Arrays und das Kopieren der alten Werte. Solche Operationen sind teuer!

Einen Array benutzen, um eine Liste zu repräsentieren



Siehe Klasse *ARRAYED_LIST* in EiffelBase

Einführung des Features *count* (Anzahl der Elemente in der Liste)

Die Anzahl der Listenelemente reicht von 0 bis *capacity* :

$$0 \leq \textit{count} \leq \textit{capacity}$$

Eine leere Liste hat keine Elemente:

$$\textit{is_empty} = (\textit{count} = 0)$$

LINKED_LIST oder *ARRAYED_LIST*?



Die Wahl der Datenstruktur hängt von der Geschwindigkeit ihrer Containeroperationen ab

Die Geschwindigkeit einer Containeroperation hängt von ihrer Implementation und dem zugrundeliegenden Algorithmus ab

Wie schnell ist ein Algorithmus?



Abhängig von der Hardware, dem Betriebssystem, der Auslastung der Maschine...

Aber am meisten hängt die Geschwindigkeit vom Algorithmus selbst ab!

Komplexität eines Algorithmus: die O-Notation



Sei n die Grösse einer Datenstruktur (*count*).

“ f ist $O(g(n))$ ”

heisst, dass es eine Konstante k gibt, so dass:

$$\forall n, |f(n)| \leq k |g(n)|$$

Definiert die Funktion nicht mithilfe einer exakten Formel, sondern durch Grössenordnungen, z.B.

$O(1)$, $O(\log \text{count})$, $O(\text{count})$, $O(\text{count}^2)$, $O(2^{\text{count}})$.

~~$7 \text{count}^2 + 20 \text{count} + 4$~~ ist $O(\text{count}^2)$

Wieso konstante Faktoren ignorieren?



Betrachten wir Algorithmen mit Komplexitäten

$$O(n)$$

$$O(n^2)$$

$$O(2^n)$$

Nehmen Sie an, Ihr neuer PC (Weihnachten steht vor der Tür!) ist 1000 mal schneller als Ihre alte Maschine.

Wie viel grösser kann ein Problem sein, damit Sie es immer noch in einem Tag lösen können?



put_right von *LINKED_LIST*: **O** (1)

Unabhängig von der Anzahl Elementen in einer verketteten Liste: Es braucht nur konstante Zeit, um ein Element bei der Zeigerposition einzufügen

force von *ARRAY*: **O** (count)

Im schlechtesten Fall wächst die Zeit für diese Operation proportional mit der Anzahl Elemente im Array

(Erinnerung) *put_right* in *LINKED_LIST*

put_right (*v* : *G*)

-- *v* rechts der Zeigerposition einfügen, Zeiger nicht bewegen.

require

not_after: **not** *after*

local

p : *LINKABLE* [*G*]

do

create *p.make* (*v*)

if *before* **then**

p.put_right (*first_element*)

first_element := *p*

active := *p*

else

p.put_right (*active.right*)

active.put_right (*p*)

end

count := *count* + 1

ensure

next_exists: *active.right* /= **Void**

inserted: (**not old** *before*) **implies** *active.right.item* = *v*

inserted_before: (**old** *before*) **implies** *active.item* = *v*

end



Wir sind interessiert an

- Der Leistung im schlechtesten Fall (worst case)
- Der Leistung im besten Fall (best case, eher selten)
- Der durchschnittlichen Leistung (benötigt statistische Verteilung)

Solange nicht explizit anders erwähnt, beziehen wir uns in dieser Diskussion auf die Leistung im schlechtesten Fall

Notation der unteren Grenze: $\Omega(f(n))$

Für beide Grenzen: $\Theta(f(n))$

(wir benutzen $O(f(n))$ der Einfachheit halber)

Kosten der Operationen einer einfach verketteten Liste

Operation	Feature	Komplexität
Einfügen rechts vom Zeiger	<i>put_right</i>	$O(1)$
Einfügen am Ende	<i>extend</i>	$O(\text{count})$ $O(1)$
Rechten Nachbarn löschen	<i>remove_right</i>	$O(1)$
Element beim Zeiger löschen	<i>remove</i>	$O(\text{count})$
Index-basierter Zugriff	<i>i_th</i>	$O(\text{count})$
Suchen	<i>has</i>	$O(\text{count})$

Kosten der Operationen einer doppelt verketteten Liste

Operation	Feature	Komplexität
Einfügen rechts vom Zeiger	<i>put_right</i>	$O(1)$
Einfügen am Ende	<i>extend</i>	$O(1)$
Rechten Nachbarn löschen	<i>remove_right</i>	$O(1)$
Element beim Zeiger löschen	<i>remove</i>	$O(1)$
Index-basierter Zugriff	<i>i_th</i>	$O(count)$
Suchen	<i>has</i>	$O(count)$

Kosten der Operationen eines Arrays



Operation	Feature	Complexity
Index-basierter Zugriff	<i>item</i>	O (1)
Index-basierte Ersetzung	<i>put</i>	O (1)
Index-basierte Ersetzung ausserhalb der Grenzen	<i>force</i>	O (<i>count</i>)
Suchen	<i>has</i>	O (<i>count</i>)
Suchen in sortiertem Array	-	O ($\log \textit{count}$)



Können wir die Effizienz von Arrays erreichen:

- Zeitlich konstanter Zugriff
- Zeitlich konstante Änderungen

... ohne uns dabei auf ganze Zahlen als Schlüssel zu beschränken?

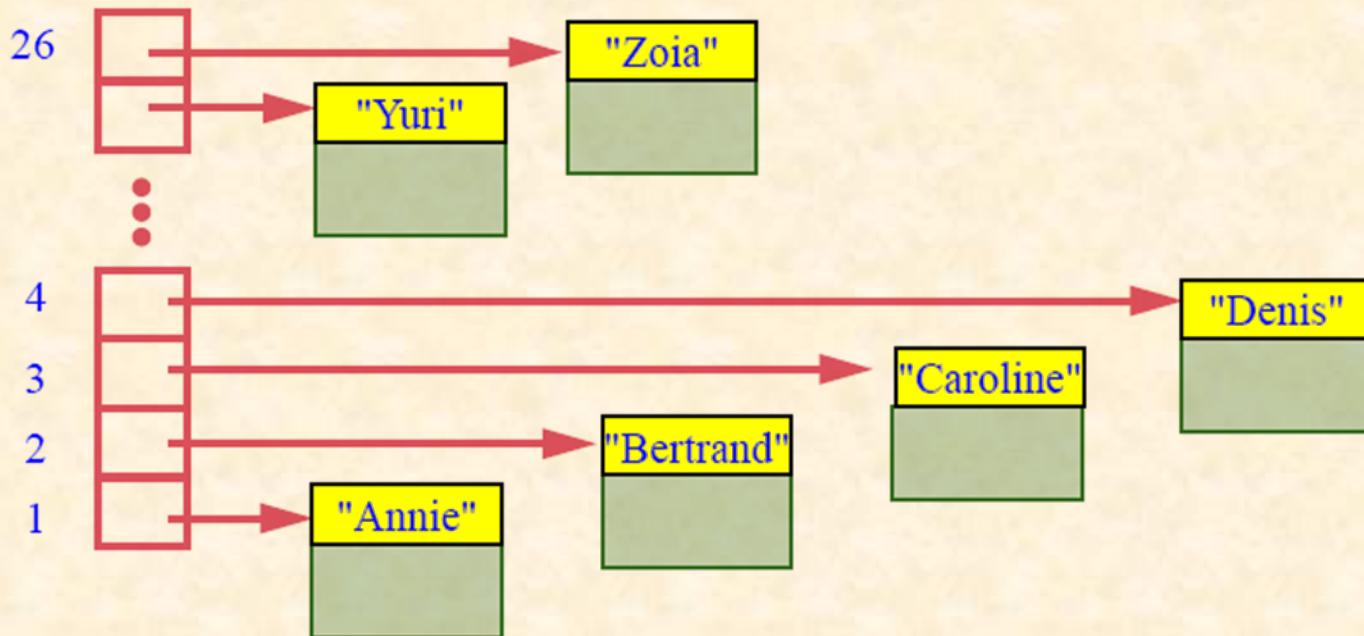
Die Antwort: Hashtabellen (... jedenfalls beinahe)

Hashtabellen



Arrays und Hashtabellen sind beide indexierte Strukturen; Das Verändern eines Elements benötigt einen **Index** oder, im Fall von Hashtabellen, einen **Schlüssel** (*key*).

Im Unterschied zu Arrays sind bei Hashtabellen auch nicht-Integer als Schlüssel möglich.



Eine Abbildung (mapping)



Endlich kein
Mundgeruch
So können Sie
ihren Mundgeruch
auf natürlichem
Weg beseitigen.
www.fangocur.at/Mun
Ads by Google

TinyURL.com

Making long URLs usable! More than 400 million of them. Over 2 billion hits/month.

[Home](#)

[Example](#)

[Make Toolbar
Button](#)

[Redirection](#)

[Hide URLs](#)

[Preview
Feature^{cool!}](#)

[Link to Us!](#)

[Terms of use](#)

[Contact Us!](#)



Cool Sites

- [CoolWhois.com](#)
- [Unicyclist
Community](#)
- [Gilby.com](#)
- [MagicBounce
Party Rentals](#)

TinyURL was created!

The following URL:

```
http://www.amazon.com/Touch-Class-Learning-Program-Contracts  
/dp/3540921443/ref=sr_1_1?ie=UTF8&s=books&qid=1238000471&sr=  
8-1
```

has a length of 123 characters and resulted in the following TinyURL which has a length of 25 characters:

```
http://tinyurl.com/dmtk6s  
\[Open in new window\]
```

Or, give your recipients confidence with a preview TinyURL:

```
http://preview.tinyurl.com/dmtk6s  
\[Open in new window\]
```

This TinyURL may have been copied to your clipboard. (This no longer works for those who have upgraded to Flash 10.) To paste it in a document, press and hold down the ctrl key (command key for Mac users) while pressing the V key, or choose the "paste" option from the edit menu.

Enter another long URL to make tiny:

Custom alias (optional):

May contain letters, numbers, and dashes.

Der Gebrauch von Hashtabellen



person, person1 : PERSON

personal_verzeichnis : HASH_TABLE [PERSON, STRING]

create *personal_verzeichnis.make* (100000)

Ein Element speichern:

create *person1*

personal_verzeichnis.put (*person1*, "Annie")

Ein Element abfragen:

person := personal_verzeichnis.item ("Annie")

Eingeschränkte Generizität und die Klassenschnittstelle

class

HASH_TABLE [*G*, *K* -> *HASHABLE*]

Erlaubt *h* ["ABC"] für *h.item* ("ABC")

feature

item **alias** "[]" (*key* : *K*): *G* **assign** *force*

Erlaubt *h.item* ("ABC") := *x*
für *h.force* (*x*, "ABC")

Zusammen: Erlauben *h* ["ABC"] := *x*
für *h.force* (*x*, "ABC")

put (*new* : *G*; *key* : *K*)

-- Füge *new* mit *key* ein, sofern kein anderes
-- Element mit diesem Schlüssel existiert.

require .. do ... end

force (*new* : *G*; *key* : *K*)

-- Tabelle aktualisieren, so dass *new* das Element
-- ist, das mit *key* assoziiert wird.

...

end

Das Beispiel, neu geschrieben

person, person1 : PERSON

personal_verzeichnis : HASH_TABLE [PERSON, STRING]

create *personal_verzeichnis.make* (100000)

Ein Element speichern:

create person1

personal_verzeichnis ["Annie"] := person1

Ein Element abfragen:

person := personal_verzeichnis ["Annie"]

Kein guter Stil - Wieso?



Die Hashfunktion bildet K , die Menge der möglichen Schlüssel, auf ein ganzzahliges Intervall $a..b$ ab.

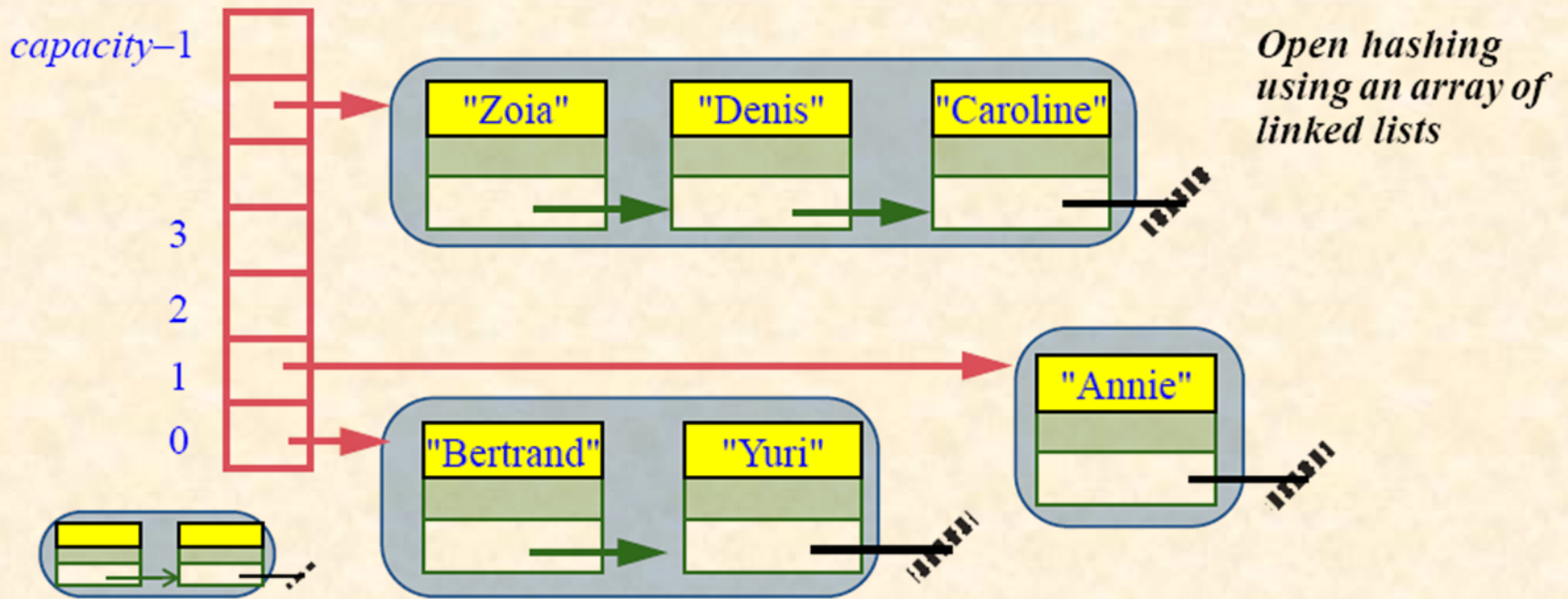
Eine **perfekte** Hashfunktion ergibt für jedes Element von K einen anderen Integer.

Immer wenn zwei unterschiedliche Schlüssel denselben Hashwert ergeben, entsteht eine Kollision.

Behandlung von Kollisionen

Offenes Hashing:

ARRAY [LINKED_LIST [G]]



Eine andere Technik: Geschlossenes Hashing

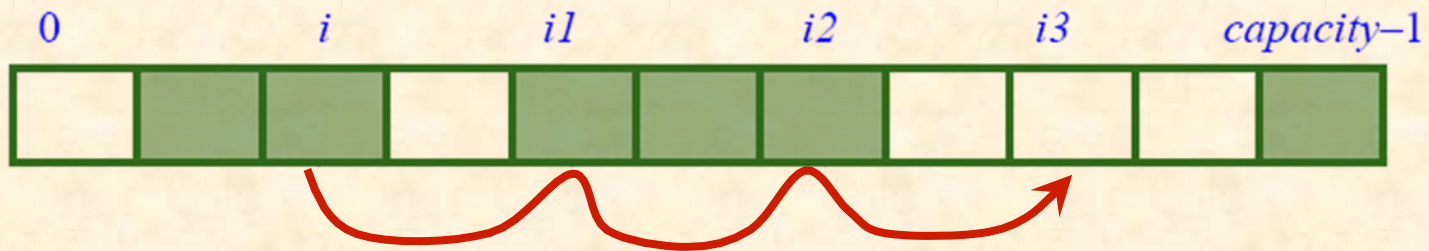
Die Klasse *HASH_TABLE* [*G*, *H*] implementiert geschlossenes Hashing:

HASH_TABLE [*G*, *H*] benutzt einen einzigen *ARRAY* [*G*], um die Elemente zu speichern. Zu jeder Zeit sind einige Positionen frei und einige besetzt:



Geschlossenes Hashing

Falls die Hashfunktion eine bereits besetzte Position ergibt, wird der Mechanismus probieren, eine Folge von anderen Positionen (i_1, i_2, i_3) zu erreichen, bis er eine freie Stelle findet.



Mit dieser Richtlinie und einer guten Wahl der Hashfunktion ist das Suchen und das Einfügen in Hashtabellen in $O(1)$ erreichbar.

Kosten der Operationen einer Hashtabelle



Operation	Feature	Komplexität
Schlüsselbasierter Zugriff	<i>item</i>	$O(1)$ $O(\text{count})$
Schlüsselbasierte Einfügung	<i>put, extend</i>	$O(1)$ $O(\text{count})$
Löschung	<i>remove</i>	$O(1)$ $O(\text{count})$
Schlüsselbasiertes Ersetzen	<i>replace</i>	$O(1)$ $O(\text{count})$
Suchen	<i>has</i>	$O(1)$ $O(\text{count})$

Dispenser





Für Elemente von **Dispensern** gibt es keinen Schlüssel oder andere identifizierende Informationen

Dispenser besitzen eine spezifische Ausgaberegeln, z.B.:

- **Last In First Out (LIFO)**: Wähle das Element, das zuletzt eingefügt wurde
→ **Stapel (*stack*)**
- **First In First Out (FIFO)**: Wähle das älteste, noch nicht entfernte Element
→ **Warteschlange (*queue*)**
- **Wähle das Element mit der höchsten Priorität**:
→ **Vorrangwarteschlange (*priority queue*)**

Ein Stapel ist ein Dispenser, der die LIFO-Regel anwendet. Die grundlegenden Operationen sind:

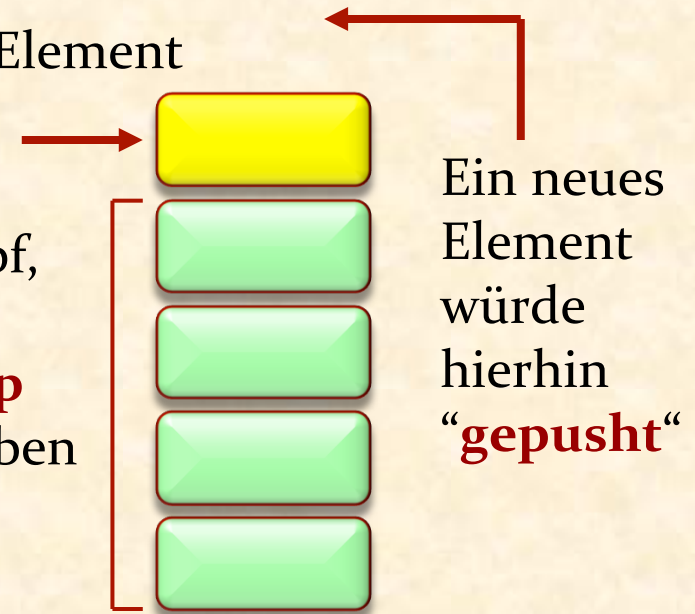
Ein Element auf den Stapel
“drücken” (*put*)

Das oberste Element
wegnehmen (*remove*)

Zugriff auf das oberste
Element (*item*)

Oberstes Element
(top)

Der Rumpf,
der nach
einem **pop**
übrig bleiben
würde





Viele!

Allgegenwärtig in der Implementation von Programmiersprachen:

- Parsen von Ausdrücken (bald)
- Ausführung von Routinen managen (“**DER** Stapel”)
Spezialfall: **Rekursion** implementieren
- Bäume traversieren
- ...

Ein Beispiel: Die Präfixnotation (auch: Polnische Notation)



from
until

“Alle Token wurden gelesen”

loop

“Lese nächsten Token x ”

if “x ist ein Operand” **then**

s.put (x)

else -- x ist ein binärer Operator

-- Erhalte die beiden Operanden:

op1 := s.item; s.remove

op2 := s.item; s.remove

-- Wende Operator auf Operanden an und pushe

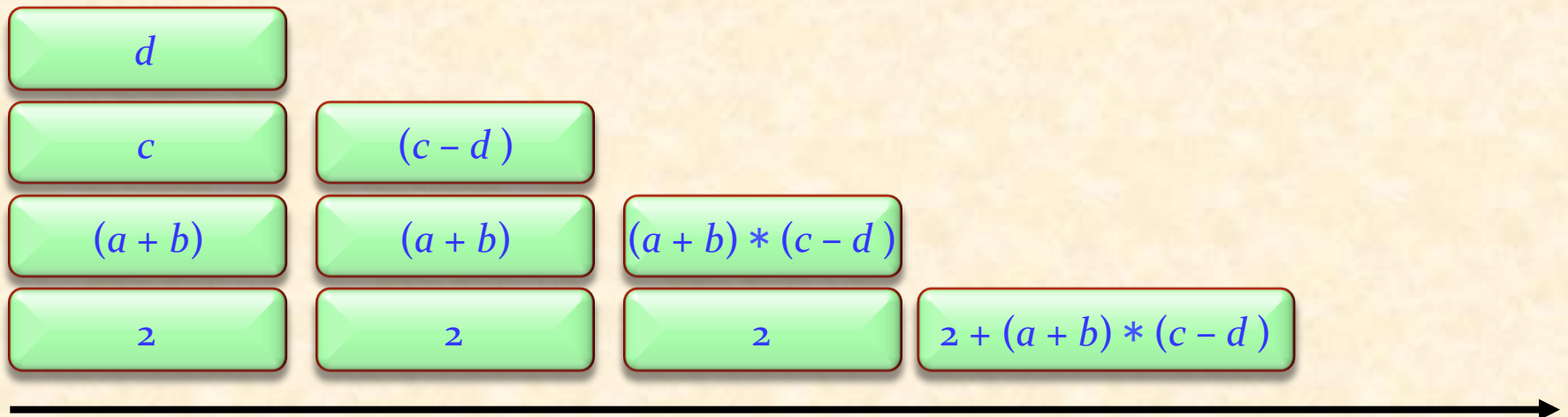
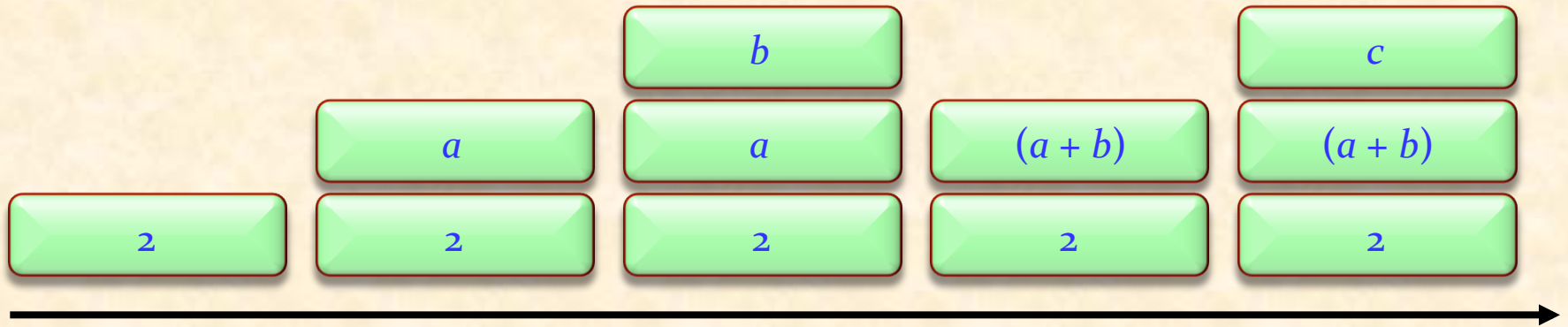
-- das Resultat:

s.put (application (x, op2, op1))

end

end

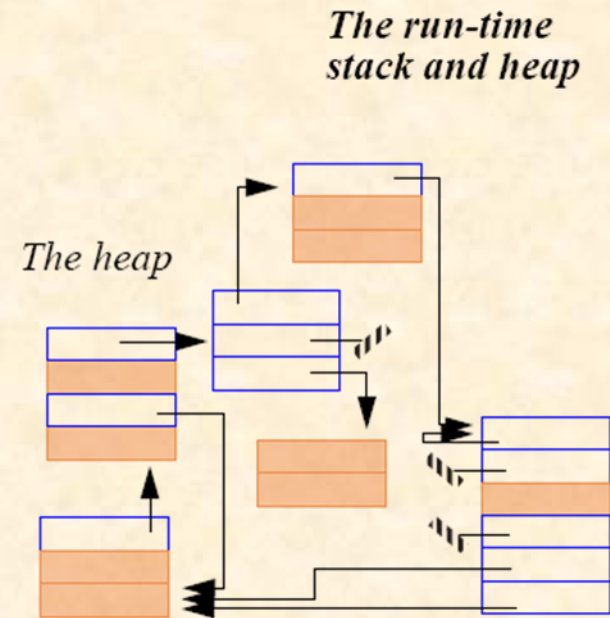
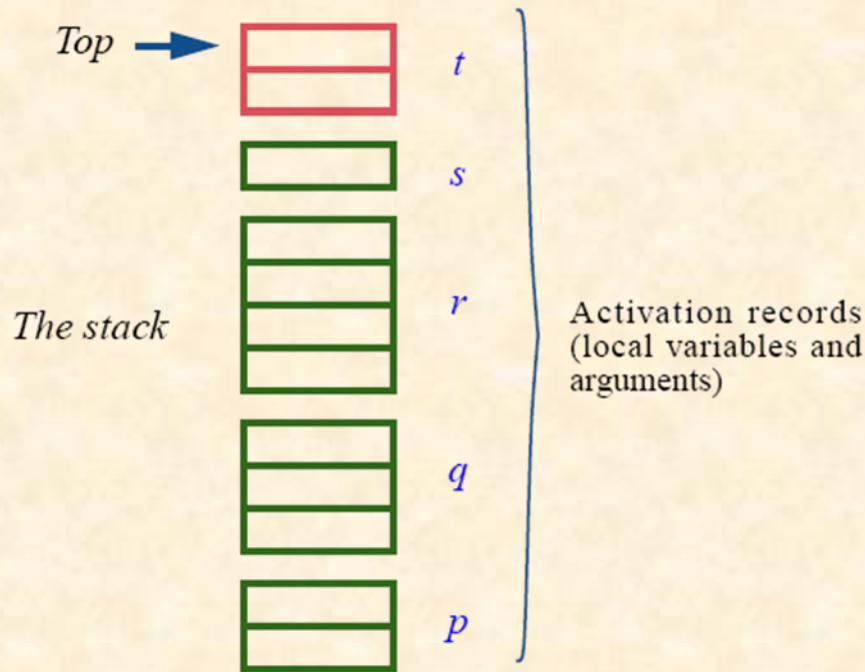
Auswertung von $2 a b + c d - * +$



Der Laufzeit-Stapel

Der Laufzeit-Stapel enthält Aktivierungseinträge für alle zur Zeit aktiven Routinen.

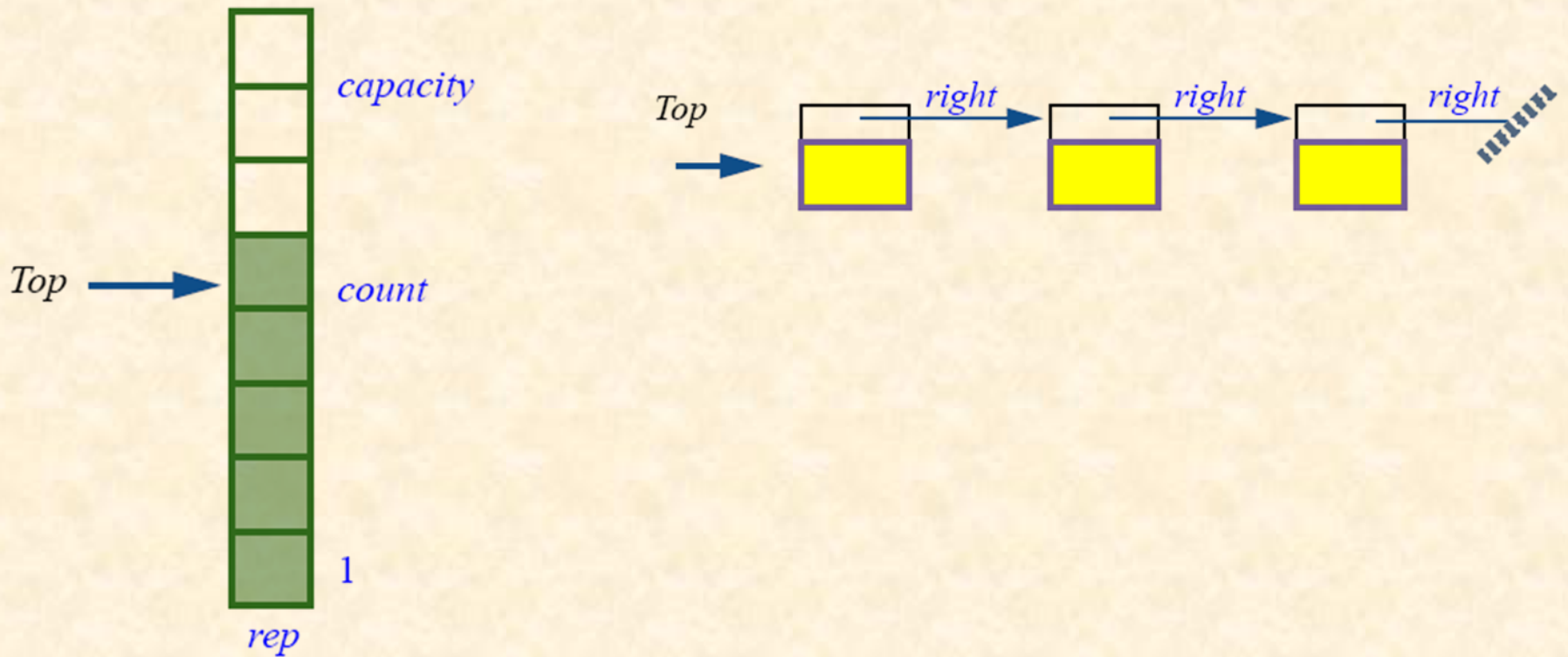
Ein Aktivierungseintrag beinhaltet die lokalen Variablen einer Routine (Argumente und lokale Entitäten).



Stapel implementieren



Die häufigsten Implementierungen eines Stapels sind entweder verkettet oder indiziert (arrayed).





Benutzen Sie eine verkettete Liste, falls:

- Die Ordnung der Elemente wichtig ist
- Die meisten Zugriffe in dieser Ordnung erfolgen
- (Bonusbedingung) Kein festes Grössenlimit

Benutzen Sie einen Array, falls:

- Jedes Element mit einem Integer-Index identifiziert werden kann
- Die meisten Zugriffe über diesen Index erfolgen
- Feste Grössengrenze (zumindest für längere Ausführungszeit)

Benutzen Sie eine Hashtabelle, falls:

- Jedes Item einen entsprechenden Schlüssel hat.
- Die meisten Zugriffe über diesen Schlüssel erfolgen.
- Die Struktur beschränkt ist.

Benutzen Sie einen Stapel:

- Für eine LIFO-Regel
- Beispiel: Traversieren von verschachtelten Strukturen (z.B. Bäume)

Benutzen Sie eine Warteschlange:

- Für eine FIFO-Regel
- Beispiel: Simulation eines FIFO-Phänomens.

Was wir in dieser Vorlesung gesehen haben



Container-Datenstrukturen: Grundlegende Begriffe,
Schlüsselbeispiele

Ein wenig Komplexitätstheorie (“Big-O”)

Wann welcher Container zu wählen ist